

Вариант 0.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 3; 0)$, $\mathbf{b}(2; 4; -3)$, $\mathbf{c}(-3; -3; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 0; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -2; -5)$, $\mathbf{b}(-1; 3; 5)$, $\mathbf{c}(-1; 3; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 8; 0)$, $B(2; 11; 1)$, $C(5; 10; 1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(0; 0; -2)$, $A_2(0; -4; -5)$, $A_3(3; 1; 4)$, $A_4(4; -6; -1)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(5; 0; 9)$, $B(10; 7; 7)$, $C(9; 4; 8)$, и найти расстояние от точки $S(-7; 5; 4)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(0; -3; 7)$ параллельно плоскости $x + 5y - z + 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+6}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+6}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 1; 8)$, $B(10; -4; 17)$, $C(6; -1; 12)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 4y + z + 13 = 0 \\ -x - y - 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(15; 0; 13)$ на плоскость $5x + 3y + 4z - 27 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+1}{-3}$ и плоскостью $\pi : 3x + y + 2z - 13 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; 4)$, $B(-14; -26)$ и $C(-16; 0)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 1.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -2; 3)$, $\mathbf{b}(-6; 0; -1)$, $\mathbf{c}(3; -3; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-3; -3; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(4; -4; -5)$, $\mathbf{b}(-1; 2; -7)$, $\mathbf{c}(-3; 2; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 4; 3)$, $B(5; 8; 6)$, $C(8; -3; -2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-4; -6; -7)$, $B(-5; -7; -4)$, $D(0; -1; -8)$, $E(-7; -10; -13)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(10; 10; 4)$, $B(11; 9; -1)$, $C(12; 9; 3)$, и найти расстояние от точки $S(-4; 3; -4)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 9; -10)$ перпендикулярно плоскостям $x - y + z = 0$ и $3x + y + 4z + 2 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 4; 8)$, $B(2; 9; 15)$, $C(4; -2; 0)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y - 12 = 0 \\ -x + 3y + z + 17 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(22; 7; -29)$ на плоскость $7x + y - 10z - 1 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{2} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-6}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x - 3y + 3z - 8 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -3)$, $B(-13; -1)$ и $C(-11; 9)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 2.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AD в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; -1; -1)$, $\mathbf{b}(-1; -1; -2)$, $\mathbf{c}(3; 2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-6; -5; -10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; -3; 5)$, $\mathbf{b}(-3; -4; 4)$, $\mathbf{c}(11; 10; -12)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 0; 4)$, $B(-1; -2; 5)$, $C(-6; -3; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D . $A(0; 6; 9)$, $B(5; 4; 5)$, $C(-10; 5; 18)$, $D(-1; 8; 9)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9; -6; -7)$, $B(7; -5; -8)$, $C(8; -9; -3)$, $S(-4; 8; -5)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-7; -10; -7)$ перпендикулярно плоскостям $x - y - 2z = -6$ и $-3x + y + z + 3 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 0; 0)$, $B(-4; -3; -8)$, $C(-2; -2; -5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x + 7y - 3z - 19 = 0 \\ 4x + 5y - 2z - 15 = 0 \end{cases}$$
.
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-10; 12; -7)$ относительно плоскости $4x - 7y + 5z = -24$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+6}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 4y + z = -3$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 2)$, $B(10; 7)$ и $C(-11; 4)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 3.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 5; 3)$, $\mathbf{b}(1; -5; -1)$, $\mathbf{c}(2; -3; 0)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(9; 2; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -10; 1)$, $\mathbf{b}(6; -5; -4)$, $\mathbf{c}(-4; 4; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 1; 1)$, $B(6; 3; 2)$, $C(11; 2; 2)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A . $A(-6; 2; 9)$, $B(-2; 0; 8)$, $C(6; 4; 11)$, $D(1; -1; 7)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; -2; 3)$, $B(-1; -4; 3)$, $C(-6; 1; 4)$, $S(-5; -1; -8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(10; 6; -6)$ параллельно плоскости $x + y - z = -8$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-6}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+8}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 0; 8)$, $B(11; 4; 7)$, $C(7; 1; 8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -4x - 2y - 3z - 1 = 0 \\ -5x - y - 4z + 13 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-41; 26; 27)$ на плоскость $-10x + 9y + 7z + 87 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-2}{-2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x + y + 2z = 15$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; 4)$, $B(3; 5)$ и $C(-6; 6)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 4.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро DD_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; -3; 1)$, $\mathbf{b}(-5; 5; -2)$, $\mathbf{c}(-3; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(1; -7; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; -5; -5)$, $\mathbf{b}(-3; -1; 0)$, $\mathbf{c}(1; -3; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 8; 4)$, $B(9; 5; 4)$, $C(7; 7; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-6; -6; 0)$, $B(-9; -8; 5)$, $D(-10; -9; 5)$, $E(-8; -8; 3)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(4; 0; 9)$, $B(5; -3; 8)$, $C(5; -8; 9)$, $S(-6; 7; 7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 2; 0)$ параллельно прямым $\frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{0}$ и $\frac{x+6}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+8}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 5; 2)$, $B(4; 4; 0)$, $C(2; 7; 5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y + 3z - 9 = 0 \\ 2x + 3y + 8z - 25 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-2; -10; -13)$ на плоскость $-5x - 6y - 10z + 122 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-6}{-3}$ и плоскостью $\pi : x + y - z - 15 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; -2)$, $B(5; 16)$ и $C(8; -8)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 5.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 1; 5)$, $\mathbf{b}(-1; 2; -3)$, $\mathbf{c}(-1; 0; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; -7; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -1; 2)$, $\mathbf{b}(-6; 1; -3)$, $\mathbf{c}(-4; 1; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 4; 8)$, $B(6; 1; 7)$, $C(6; 5; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(9; -6; 9)$, $A_2(12; -8; 8)$, $A_4(5; -3; 11)$, $B_1(5; -3; 13)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; 5; 3)$, $B(8; 6; -7)$, $C(7; 6; -6)$, $S(3; 6; 8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(7; 10; 8)$ параллельно прямой $\frac{x}{-3} = \frac{y-1}{6} = \frac{z-3}{-4}$ и перпендикулярно плоскости $x + y + z = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 6; 5)$, $B(1; 4; 8)$, $C(1; 3; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 8y - 2z - 12 = 0 \\ 2x + 7y + 3z - 11 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-2; 17; -14)$ относительно плоскости $-3x + 9y - 8z - 40 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-7}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x + 5y - 5z = -11$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -5)$, $B(5; -10)$ и $C(1; -17)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 6.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AA_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 3; 3)$, $\mathbf{b}(3; -1; -3)$, $\mathbf{c}(1; -3; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; -4; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-2; -5; -3)$, $\mathbf{b}(4; 5; -1)$, $\mathbf{c}(7; 7; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 2; 7)$, $B(-7; 3; 7)$, $C(6; 1; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(6; -2; -9)$, $Q(7; -4; -12)$, $R(2; -9; -13)$, $S(9; 4; -5)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(9; -4; -2)$, $B(10; 0; -1)$, $C(11; 3; 1)$, $S(3; 4; -5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(0; 3; -10)$ параллельно плоскости $-x - 2y - z = -6$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+8}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 8; 2)$, $B(10; 15; 11)$, $C(8; 2; -6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 3y + 3z + 7 = 0 \\ x + 2y + 4z + 20 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(28; 14; 10)$ на плоскость $9x + 4y + 8z - 66 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z+1}{-2}$ и плоскостью $\pi : 4x + 2y - z = -8$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; 0)$, $B(1; 15)$ и $C(20; 8)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 7.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 2; 0)$, $\mathbf{b}(3; 3; -4)$, $\mathbf{c}(-1; 1; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-5; -10; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(3; -4; 1)$, $\mathbf{b}(2; -3; 2)$, $\mathbf{c}(3; 8; 4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 7; 6)$, $B(11; 8; 8)$, $C(2; 6; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-1; -6; 8)$, $B(0; -10; 3)$, $D(1; -9; 4)$, $E(2; -14; -1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(5; 3; 0)$, $B(3; 5; 1)$, $C(2; 10; 1)$, $S(-5; 8; 7)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-5; 1; 8)$ перпендикулярно плоскостям $x + y = 2$ и $x - 4y + z + 6 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 0; 6)$, $B(-7; -1; 14)$, $C(8; 1; -3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 8y + 3z - 14 = 0 \\ -x - 3y + 2z - 10 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(14; -15; 23)$ на плоскость $-6x + 10y - 9z = -7$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y - 3z - 11 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -1)$, $B(-26; -8)$ и $C(1; 3)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 8.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AD в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 1; -5)$, $\mathbf{b}(-1; 3; 0)$, $\mathbf{c}(-4; 5; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; 4; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-2; 3; -4)$, $\mathbf{b}(1; 4; 4)$, $\mathbf{c}(-2; -2; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(5; 8; 6)$, $B(0; 7; 7)$, $C(2; 7; 6)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-3; 4; -1)$, $B(-2; 2; 0)$, $D(-7; 5; -3)$, $A_1(-4; 1; -1)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9; 1; -4)$, $B(-10; 5; -2)$, $C(-10; -2; -3)$, и найти расстояние от точки $S(6; -8; 7)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2; -8; -1)$ параллельно плоскости $5x - 2y - z = 6$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-4}{-8} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 1; 2)$, $B(3; 2; -4)$, $C(2; 2; -5)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 3y + 3z - 14 = 0 \\ x + 2y + 4z - 1 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(14; -13; -26)$ на плоскость $-2x + 7y + 9z - 49 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-6}{-1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-1}{-1}$ и плоскостью $\pi : x + 2y + 5z + 13 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -3)$, $B(6; -1)$ и $C(-1; 5)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 9.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AA_1 в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -1; 2)$, $\mathbf{b}(1; -2; 4)$, $\mathbf{c}(4; 0; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-5; 2; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; -1; 1)$, $\mathbf{b}(-2; -1; -1)$, $\mathbf{c}(2; 4; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 7; 9)$, $B(2; 10; 10)$, $C(1; 5; 10)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_2 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_3 . $A_1(7; -8; -1)$, $A_2(12; -11; -3)$, $A_3(4; -7; 0)$, $A_4(7; 2; 6)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(3; 2; -5)$, $B(6; -3; -4)$, $C(2; 1; -5)$, $S(8; 0; -8)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(3; 0; 10)$ перпендикулярно плоскостям $-4x + 3y + z + 4 = 0$ и $3x - y = -1$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 7; 0)$, $B(3; 0; -3)$, $C(6; 5; -1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + y + 7z + 6 = 0 \\ -3x - y - 6z - 13 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(-6; 19; -25)$ на плоскость $-x - 7y + 5z = 48$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{4} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z-2}{2}$ и плоскостью $\pi : x - y + 2z = -12$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -5)$, $B(3; 9)$ и $C(9; -13)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 10.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро AB в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-1; -2; 1)$, $\mathbf{b}(2; 2; -1)$, $\mathbf{c}(0; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; 3; 6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -8\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(3; 1; -3)$, $\mathbf{b}(2; 3; -3)$, $\mathbf{c}(-1; -11; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 5; 0)$, $B(4; -2; -1)$, $C(2; 11; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(0; 0; 3)$, $A_2(3; -5; -5)$, $A_4(1; 2; 5)$, $B_1(3; -4; -4)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(6; -10; 3)$, $B(8; -9; 4)$, $C(3; -13; 2)$, и найти расстояние от точки $S(6; 2; 7)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(1; 6; 6)$ перпендикулярно плоскостям $3x - y - z = -3$ и $-5x + 2y + 6 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 4; 0)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(3; 9; -1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + 2z - 6 = 0 \\ -x - 3y + z - 28 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(0; 3; -1)$ относительно плоскости $8x + 5y + 7z = -61$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z-5}{1}$ и плоскостью $\pi : -3x + y + 4z = 1$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -3)$, $B(-24; -13)$ и $C(-12; 1)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 11.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AB в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -2; -4)$, $\mathbf{b}(-2; 3; 5)$, $\mathbf{c}(-3; 3; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; -5; -9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -7\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-5; -6; 2)$, $\mathbf{b}(-4; -5; 1)$, $\mathbf{c}(3; 8; -6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 2; 4)$, $B(3; 5; 5)$, $C(1; 0; 4)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(-9; -6; -9)$, $B(-4; -5; -10)$, $D(0; -1; -19)$, $E(-7; -6; -8)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(1; 2; 8)$, $B(2; -3; 9)$, $C(0; 3; 8)$, $S(-1; 8; -4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-10; 6; 1)$ перпендикулярно плоскостям $x + 2y - z - 7 = 0$ и $x + 5y = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 3; 4)$, $B(2; 6; 5)$, $C(5; 1; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y + z + 15 = 0 \\ x - 5y + 2z - 18 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-9; 10; 7)$ на плоскость $2x - 3y - 7z = 27$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x + 3y + z = 12$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -2)$, $B(15; -24)$ и $C(-10; -14)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 12.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 5; 4)$, $\mathbf{b}(-1; -3; -2)$, $\mathbf{c}(1; -2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; -5; 5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 5\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; -2; -1)$, $\mathbf{b}(-3; -3; 5)$, $\mathbf{c}(6; 7; -8)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 7; 8)$, $B(-8; 9; 9)$, $C(-7; 8; 9)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(-9; 1; -7)$, $B(-10; -2; -11)$, $C(-6; 2; -12)$, $D(-10; 4; 1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; -8; -1)$, $B(-8; -9; 0)$, $C(-1; -10; 0)$, $S(-7; 0; -3)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 9; 0)$ параллельно прямой $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{0}$ и перпендикулярно плоскости $-x + y + z = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 7; 6)$, $B(2; 9; 3)$, $C(-3; 0; 16)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - y + 2z + 9 = 0 \\ -3x + 2y + z - 1 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(-18; -2; 5)$ на плоскость $5x - y + z + 2 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-2} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+5}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - 4y - z - 15 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -5)$, $B(-18; 4)$ и $C(-29; -13)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 13.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро CC_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; 3; -5)$, $\mathbf{b}(-1; 2; -3)$, $\mathbf{c}(4; -3; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-8; 4; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; -4; 2)$, $\mathbf{b}(-1; -2; 1)$, $\mathbf{c}(7; 2; -7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 7; 0)$, $B(10; 8; 1)$, $C(-5; 5; -1)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(5; 9; -7)$, $A_2(-2; 6; -16)$, $A_3(7; 7; -6)$, $A_4(1; 5; -14)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; -5; 4)$, $B(-5; -6; 5)$, $C(-4; -2; 6)$, $S(0; 0; 0)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; 3; -10)$ перпендикулярно плоскостям $x - 3y - z + 5 = 0$ и $x - 2y = 5$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 6; 9)$, $B(10; 11; 11)$, $C(5; 8; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 2y - z - 2 = 0 \\ 4x + 3y - z - 2 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-25; 6; -1)$ относительно плоскости $-9x + 2y + z = 21$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-4} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-5}{-2}$ и плоскостью $\pi : -2x + y - z - 9 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; 2)$, $B(-16; -3)$ и $C(5; 0)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 14.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -2; 2)$, $\mathbf{b}(-2; 3; -3)$, $\mathbf{c}(2; -1; 4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; -2; -1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(3; 1; -1)$, $\mathbf{b}(-7; -3; 2)$, $\mathbf{c}(-1; 1; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 3; 6)$, $B(2; 1; 3)$, $C(6; 0; 1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(-3; 6; -2)$, $A_2(-2; 13; -4)$, $A_3(-3; 15; -1)$, $A_4(0; 0; -10)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(8; 0; 7)$, $B(9; 1; 8)$, $C(6; 8; 6)$, $S(5; 4; 5)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(6; -9; 1)$ перпендикулярно плоскостям $-5x - y + z = 2$ и $2x - y - 7 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 0; 3)$, $B(-3; -2; 4)$, $C(-4; -3; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \\ -7x + y + z + 26 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-8; -5; 0)$ относительно плоскости $7x + 4y - 3z - 35 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+6}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : -2x + 3y + 2z + 11 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; -4)$, $B(19; -23)$ и $C(-19; -12)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 15.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 2; -1)$, $\mathbf{b}(1; 3; -1)$, $\mathbf{c}(-6; -1; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-10; 3; 4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -1; -2)$, $\mathbf{b}(-13; 7; 14)$, $\mathbf{c}(3; -2; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 7; 7)$, $B(8; 6; 8)$, $C(10; -1; 11)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(0; -7; 1)$, $Q(-2; 1; -2)$, $R(-1; -4; 0)$, $S(7; -16; 11)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; 9; 3)$, $B(5; 8; 2)$, $C(2; 10; 8)$, и найти расстояние от точки $S(0; -1; -5)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-8; 6; 3)$ перпендикулярно плоскостям $x + y - z - 7 = 0$ и $2x + 3y - 6z = -6$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 4; 0)$, $B(0; 3; -3)$, $C(4; 6; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 9y - z - 11 = 0 \\ x - 7y - \quad - 7 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-18; 3; -28)$ на плоскость $7x - 4y + 10z - 77 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-8}{5}$ и плоскостью $\pi : x + y + z - 14 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 4)$, $B(-18; -5)$ и $C(-3; 10)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 16.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 3; 4)$, $\mathbf{b}(-3; 0; 1)$, $\mathbf{c}(-2; -1; -1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; -8; -9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 5\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -2; 5)$, $\mathbf{b}(-9; 9; -14)$, $\mathbf{c}(5; -3; 7)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 6; 5)$, $B(8; 5; 4)$, $C(8; 7; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(5; -4; 4)$, $B(10; -5; 5)$, $D(7; -7; 2)$, $A_1(2; 1; 7)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; -2; 7)$, $B(8; 5; 4)$, $C(9; 7; 3)$, $S(1; -3; 4)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-7; -4; -7)$ параллельно плоскости $x + 2y - 2 = 0$ и перпендикулярно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z+6}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 9; 6)$, $B(6; 10; 1)$, $C(11; 8; 10)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 4x + y - 2z - 14 = 0 \\ -x + y - z + 4 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-4; -5; 17)$ относительно плоскости $-2x - y + 7z = -3$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$ и плоскостью $\pi : 5x - 2y + z = 10$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 4)$, $B(19; 10)$ и $C(-10; 12)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 17.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 3; -1)$, $\mathbf{b}(-3; -6; 2)$, $\mathbf{c}(0; -2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 7; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(1; 6; -6)$, $\mathbf{b}(-9; -2; 11)$, $\mathbf{c}(2; -1; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 0; 5)$, $B(-7; 1; 4)$, $C(2; 1; 5)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(6; 8; -3)$, $B(7; 7; -5)$, $D(9; -1; -11)$, $A_1(8; -1; -10)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-3; -8; -6)$, $B(-2; -5; -9)$, $C(-2; -9; -8)$, $S(-4; 8; -2)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-7; 1; -10)$ параллельно плоскости $-2x + 3y + z = -6$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 0; 7)$, $B(6; -10; 3)$, $C(10; 3; 8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 2y - z + 13 = 0 \\ x + 3y + 11 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-3; 7; -9)$ на плоскость $-3x + 5y - 2z = -14$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{-2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+7}{-3}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z + 13 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; 3)$, $B(11; -17)$ и $C(13; -3)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 18.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AB в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; -2; -3)$, $\mathbf{b}(-2; 1; 0)$, $\mathbf{c}(-3; 2; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(9; -9; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; 0; 3)$, $\mathbf{b}(-5; 2; 1)$, $\mathbf{c}(2; -2; -5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 8; 1)$, $B(2; 7; -2)$, $C(3; 7; -1)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-1; -8; -2)$, $B(-5; -6; -1)$, $D(2; -9; -3)$, $A_1(6; -9; -8)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-10; 4; -3)$, $B(-8; 5; -1)$, $C(-9; 5; -4)$, $S(6; -1; 7)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; -1; -2)$ параллельно прямым $\frac{x}{-1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+8}{0}$ и $\frac{x+6}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 8; 5)$, $B(0; 9; 4)$, $C(-1; 9; 3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + y - 15 = 0 \\ 2x + y - z - 21 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-7; -6; 7)$ на плоскость $-x + y - z = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+8}{1}$ и плоскостью $\pi : x + 3y + 6z = -6$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; -2)$, $B(8; -24)$ и $C(6; 2)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 19.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро AB в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -2; 2)$, $\mathbf{b}(-2; 0; -1)$, $\mathbf{c}(1; -3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(7; -7; 8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 3\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; 2; 1)$, $\mathbf{b}(5; -5; -4)$, $\mathbf{c}(-9; 15; 16)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 5; 8)$, $B(7; 7; 1)$, $C(7; 8; -2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D . $A(2; 5; 6)$, $B(1; 4; 4)$, $C(-1; 14; 2)$, $D(-3; 0; -3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6; 4; 4)$, $B(0; 5; 6)$, $C(-1; 5; 7)$, и найти расстояние от точки $S(1; 0; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(3; -9; 7)$ параллельно прямым $\frac{x-6}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{1}$ и $\frac{x+8}{2} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+4}{0}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(8; 2; 5)$, $B(15; -7; 7)$, $C(12; -3; 6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 3y - 2z - 17 = 0 \\ x - 2y - z - 15 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-2; 10; -1)$ на плоскость $x + 2y + 2z + 20 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{2} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y + 4z = 3$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 1)$, $B(-10; -14)$ и $C(-9; 13)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 20.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -2; 1)$, $\mathbf{b}(2; 1; 1)$, $\mathbf{c}(6; -5; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-4; 6; -4)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(2; -1; -2)$, $\mathbf{b}(-2; 3; -4)$, $\mathbf{c}(2; -1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 0; 9)$, $B(7; -1; 9)$, $C(6; -1; 8)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(-2; -2; -9)$, $A_2(1; -3; -7)$, $A_4(1; -7; -5)$, $B_1(3; 0; -8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-9; 10; -1)$, $B(-8; 9; -4)$, $C(-11; 11; 1)$, и найти расстояние от точки $S(6; -3; 7)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; 10; -10)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+3}{5}$ и $\frac{x-4}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-5}{3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 4; 2)$, $B(5; 2; 1)$, $C(1; 5; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} -2x + y - z - 1 = 0 \\ 5x + y + 2z + 13 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(1; -17; -4)$ относительно плоскости $2x + 9y + z + 26 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{2} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z+1}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + 3y - z = 2$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -2)$, $B(-1; -16)$ и $C(-11; -14)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 21.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 1; -1)$, $\mathbf{b}(6; 3; -5)$, $\mathbf{c}(2; 1; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; -3; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 6\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-2; -1; -2)$, $\mathbf{b}(4; 2; 5)$, $\mathbf{c}(1; -1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 0; 8)$, $B(3; -1; 7)$, $C(5; -2; 15)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , площадь грани $A_1 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_2 . $A_1(-3; -5; 4)$, $A_2(-1; -3; 3)$, $A_3(-2; -4; 2)$, $A_4(-7; -11; 9)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(9; -8; -1)$, $B(8; -12; 1)$, $C(7; -11; 2)$, и найти расстояние от точки $S(-6; 7; -6)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(3; -6; 2)$ параллельно прямым $\frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{1}$ и $\frac{x+5}{5} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+8}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 7; 4)$, $B(-3; 10; 3)$, $C(2; 6; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 3y + 3z + 3 = 0 \\ 3x + 5y + 2z + 9 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(1; -5; -13)$ на плоскость $-2x - y - 3z = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $\pi : -6x - 5y - 2z = 5$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(4; 4)$, $B(-14; 3)$ и $C(12; 16)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 22.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро DC в отношении 2 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 3; 1)$, $\mathbf{b}(-2; 5; -1)$, $\mathbf{c}(-1; 6; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-1; -1; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(6; -13; 13)$, $\mathbf{b}(1; -2; 2)$, $\mathbf{c}(-2; 3; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 7; 2)$, $B(6; 9; 3)$, $C(1; 6; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины Q . $P(5; 0; 1)$, $Q(-2; 5; -9)$, $R(12; -3; 3)$, $S(8; -1; 2)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; -1; -5)$, $B(-5; 0; -6)$, $C(9; -2; -3)$, и найти расстояние от точки $S(0; -2; 5)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-3; 5; 3)$ параллельно плоскости $3x - 5y + 4z = -9$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+4}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+6}{3}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 8; 3)$, $B(-4; 5; -1)$, $C(1; 7; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y + 4z + 22 = 0 \\ 2x + 3y + 3z + 4 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(45; -21; -45)$ на плоскость $-10x + 3y + 9z + 158 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-4}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+7}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - y - 5z - 5 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -5)$, $B(0; 5)$ и $C(-13; 11)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 23.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DD_1 , а M делит ребро AB в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(5; 3; -4)$, $\mathbf{b}(3; 2; -3)$, $\mathbf{c}(2; 3; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-9; -1; 9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; 2; -3)$, $\mathbf{b}(3; -7; 3)$, $\mathbf{c}(-3; 7; -6)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 6; 6)$, $B(7; 7; 7)$, $C(6; 15; 7)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-1; -5; -4)$, $B(0; -4; -6)$, $D(-1; -4; -7)$, $A_1(2; -7; -1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(10; 3; 7)$, $B(12; 6; 4)$, $C(11; 5; 6)$, $S(-8; -7; 4)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-10; 7; 4)$ перпендикулярно плоскостям $2x + y + 3z = -2$ и $x + y + z - 8 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(0; 5; 9)$, $B(3; 1; 10)$, $C(1; 4; 9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 2y - 1 = 0 \\ -x + y + z + 7 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(11; 30; -7)$ на плоскость $7x + 8y - 3z + 28 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ и плоскостью $\pi : x - y - z = 3$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; 1)$, $B(-24; -9)$ и $C(-12; 5)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 24.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; -3; 4)$, $\mathbf{b}(2; -1; -4)$, $\mathbf{c}(-5; 4; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -3; 3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(2; -4; -1)$, $\mathbf{b}(2; -3; -1)$, $\mathbf{c}(-1; 2; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 1; 5)$, $B(2; -6; 7)$, $C(1; -5; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ACD и высоту, опущенную на эту грань из вершины B . $A(2; -7; 2)$, $B(3; -6; 0)$, $C(2; -8; 4)$, $D(4; -3; -3)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0; 8; -7)$, $B(-7; 10; -8)$, $C(-4; 9; -7)$, и найти расстояние от точки $S(-5; -5; 6)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-8; -6; 0)$ параллельно плоскости $x - y = 7$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+6}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 9; 7)$, $B(-2; 1; 6)$, $C(6; 10; 7)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x + y + 24 = 0 \\ -3x - y + z - 23 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-17; 17; 17)$ на плоскость $3x - 7y - 7z - 32 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-7}{-1}$ и плоскостью $\pi : 2x + 3y - z - 14 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; -2)$, $B(22; -5)$ и $C(19; -20)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 25.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $A_1 D_1$, а M делит ребро DC в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -4; 5)$, $\mathbf{b}(-2; 3; -4)$, $\mathbf{c}(-1; 3; -3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(3; -5; 9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 7\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-3; 2; 1)$, $\mathbf{b}(-1; 1; -2)$, $\mathbf{c}(11; 1; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 1; 9)$, $B(7; 2; 8)$, $C(5; 0; 11)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(0; 4; -4)$, $A_2(-5; 11; 3)$, $A_4(2; 4; -5)$, $B_1(-5; 9; 2)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2; -5; 0)$, $B(4; -4; 1)$, $C(5; -3; 3)$, и найти расстояние от точки $S(4; -3; 8)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1; 10; 9)$ параллельно плоскости $x + y - 2z = -1$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 5; 5)$, $B(8; 6; 5)$, $C(2; 1; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 5y + 2z + 16 = 0 \\ -x - 3y - z - 9 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-43; -21; -21)$ на плоскость $-9x - 7y - 3z = 41$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-8}{1}$ и плоскостью $\pi : 3x + y - 3z = -8$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-1; 4)$, $B(10; 6)$ и $C(23; -8)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 26.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(2; 0; 1)$, $\mathbf{b}(-1; 2; 2)$, $\mathbf{c}(-2; 3; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; -1; 1)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-5; -6; -5)$, $\mathbf{b}(1; 1; -4)$, $\mathbf{c}(1; 1; 1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 5; 8)$, $B(1; 3; 5)$, $C(-2; 10; 18)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(-8; 2; -9)$, $Q(-10; 1; -5)$, $R(-9; 1; -7)$, $S(-15; 8; -10)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-2; -3; 3)$, $B(-6; -1; 2)$, $C(-3; -4; 4)$, $S(-4; -5; -1)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-3; -9; -10)$ параллельно плоскости $x - y + 2z = -6$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-4}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 3; 2)$, $B(11; 0; 1)$, $C(12; -1; 1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + 2y - z + 3 = 0 \\ 7x + 3y - z - 15 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-13; -7; 9)$ относительно плоскости $-5x - 3y + 2z - 9 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + y + z = 13$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; 2)$, $B(30; 12)$ и $C(4; 14)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 27.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро DC в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; 1; 2)$, $\mathbf{b}(5; 4; 3)$, $\mathbf{c}(3; 2; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(9; 6; 9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; 2; 4)$, $\mathbf{b}(-3; 2; 7)$, $\mathbf{c}(9; 1; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 7; 6)$, $B(-4; 9; 5)$, $C(3; 6; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины A_1 . $A(-9; -7; 4)$, $B(-8; -5; 6)$, $D(-11; -14; -1)$, $A_1(-8; 0; 8)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-10; 6; 1)$, $B(-9; 7; 1)$, $C(-8; 9; 2)$, и найти расстояние от точки $S(-6; -6; -5)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(9; -3; -4)$ параллельно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-1}{9}$ и перпендикулярно плоскости $x - y + 4z - 1 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 0; 1)$, $B(11; 1; 10)$, $C(10; 1; 8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -9x + 2y + 3z - 6 = 0 \\ 4x - y - z - 1 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(22; 19; -11)$ относительно плоскости $-7x - 8y + 3z + 34 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x - 2y - z = -5$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 2)$, $B(-13; 7)$ и $C(-6; 26)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 28.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-3; 2; 2)$, $\mathbf{b}(-2; 1; 1)$, $\mathbf{c}(6; -3; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(4; -1; -5)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 6\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 7\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(3; -3; 1)$, $\mathbf{b}(-8; 14; -3)$, $\mathbf{c}(3; -4; 2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 9; 5)$, $B(0; 10; 3)$, $C(-1; 10; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(6; -3; -2)$, $A_2(3; -1; -5)$, $A_4(10; -6; 3)$, $B_1(5; -3; 1)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-6; 2; 6)$, $B(-5; 5; 5)$, $C(-7; 4; 8)$, $S(7; 1; -6)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; -3; -5)$ параллельно плоскости $-x - 4y + 3z = 3$ и перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+7}{-3} = \frac{z-6}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(3; 8; 7)$, $B(-4; 13; 5)$, $C(7; 5; 8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 3x - 9y + z + 17 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(25; -37; 13)$ на плоскость $-7x + 8y - 3z = -22$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+3}{-3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ и плоскостью $\pi : x - y - z - 11 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; 4)$, $B(-8; 17)$ и $C(-3; -8)$. Требуется:
(а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 29.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро AB в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(3; 1; 2)$, $\mathbf{b}(-3; -4; 5)$, $\mathbf{c}(1; 3; -5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(5; 7; -8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(-1; 6; -1)$, $\mathbf{b}(-11; 9; 11)$, $\mathbf{c}(2; -1; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(3; 2; 3)$, $B(-6; 3; 5)$, $C(8; 1; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A . $A(10; -6; 14)$, $B(5; -9; 9)$, $C(4; -11; 9)$, $D(9; -6; 13)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-7; -3; 2)$, $B(-6; -6; 3)$, $C(-6; -13; 4)$, и найти расстояние от точки $S(-3; 5; 1)$ до этой плоскости.
9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1; -4; -3)$ параллельно плоскости $7x + y - z = 5$ и перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{-9} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-4}{2}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 4; 2)$, $B(10; -3; -7)$, $C(9; -2; -6)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 8y + 2z - 10 = 0 \\ -x - y + z - 9 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-29; -5; 14)$ на плоскость $10x + 3y - 8z - 102 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-4}{-4}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y + z + 10 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; -1)$, $B(16; -3)$ и $C(-2; -5)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 30.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BB_1 , а M делит ребро DC в отношении 3 : 1.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -1; 2)$, $\mathbf{b}(-2; 3; -1)$, $\mathbf{c}(4; -3; 5)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; 7; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-1; 3; -2)$, $\mathbf{b}(2; -3; 2)$, $\mathbf{c}(-2; 3; -3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(0; 9; 6)$, $B(4; 12; 7)$, $C(-3; 8; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 4$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A . $A(8; -3; 1)$, $B(7; -1; -2)$, $C(-2; -3; -1)$, $D(7; -2; 0)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-5; -1; 5)$, $B(-8; 4; 3)$, $C(-3; -4; 6)$, и найти расстояние от точки $S(-7; -1; -8)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 8; 6)$ перпендикулярно плоскостям $2x + y - 4z = 4$ и $x + y - 3z - 3 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(7; 0; 1)$, $B(6; -6; -7)$, $C(6; -7; -8)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 8x + 2y - z - 16 = 0 \\ -x + y + 14 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(7; -3; 15)$ относительно плоскости $5x - 2y + 7z - 29 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-7}{-3} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-5}{-3}$ и плоскостью $\pi : x - 2y + z = -9$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(2; 4)$, $B(24; -27)$ и $C(18; -4)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 31.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AD , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 3; 5)$, $\mathbf{b}(-2; 1; -1)$, $\mathbf{c}(3; -3; -4)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(8; -9; -9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(2; -4; -5)$, $\mathbf{b}(1; 11; 1)$, $\mathbf{c}(1; -4; -1)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 5; 0)$, $B(9; 4; -1)$, $C(6; -1; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани QRS и высоту, опущенную на эту грань из вершины P . $P(-12; -2; 9)$, $Q(-9; 1; 4)$, $R(-7; 2; 4)$, $S(-8; 0; 7)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-7; 4; -7)$, $B(-8; 5; -7)$, $C(-4; 5; -6)$, $S(1; -5; -3)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; 1; -7)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ и перпендикулярно плоскости $-x - 2y + z + 5 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(6; 5; 6)$, $B(5; 2; -1)$, $C(5; 1; -3)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x + 3y - 3z - 15 = 0 \\ -7x - 4y + 5z + 26 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-7; -4; 7)$ относительно плоскости $-7x - 9y + 8z - 44 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+8}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+2}{3}$ и плоскостью $\pi : 3x + 2y + 2z = -8$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; 3)$, $B(-20; 9)$ и $C(3; 7)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 32.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $B_1 C_1$ в отношении $2 : 3$.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-2; 0; 1)$, $\mathbf{b}(3; -3; -2)$, $\mathbf{c}(1; 5; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; -8; -3)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(7; 6; -3)$, $\mathbf{b}(-3; -2; 2)$, $\mathbf{c}(1; 10; -5)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(7; 3; 7)$, $B(11; 10; 6)$, $C(4; 0; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 4$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины D . $A(-6; 1; 3)$, $B(-5; -1; 3)$, $C(-7; 6; 4)$, $D(-10; -3; -2)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(4; 3; 8)$, $B(6; 4; 4)$, $C(5; 4; 7)$, и найти расстояние от точки $S(6; 7; -7)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(3; -3; -8)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{0}$ и $\frac{x-3}{3} = \frac{y}{-9} = \frac{z-2}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 3; 5)$, $B(1; 2; 5)$, $C(-2; -2; 4)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} x - 3y - 25 = 0 \\ -x - 5y + z - 23 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(2; -3; -7)$ относительно плоскости $3y - 5z = 9$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x}{-2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-1}{-1}$ и плоскостью $\pi : -2x + y + 3z = -10$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; -2)$, $B(-13; -15)$ и $C(-8; 10)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 33.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $D_1 C_1$, а M делит ребро BB_1 в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; -3; -1)$, $\mathbf{b}(-2; -2; -1)$, $\mathbf{c}(3; 1; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; -3; -10)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 6\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(2; -2; -1)$, $\mathbf{b}(-8; 3; 4)$, $\mathbf{c}(3; -4; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 3; 6)$, $B(8; -6; 7)$, $C(7; -1; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(2; 1; 6)$, $B(9; 8; 8)$, $D(-2; -4; 7)$, $E(5; 5; 5)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; 0; 6)$, $B(-8; 2; 7)$, $C(7; -1; 6)$, и найти расстояние от точки $S(3; -8; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -4; -5)$ перпендикулярно плоскостям $x + y - 6 = 0$ и $-2x + 6y + z - 7 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(2; 5; 7)$, $B(-5; 1; 17)$, $C(-3; 2; 14)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z + 30 = 0 \\ x + y - z + 17 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-1; -11; -9)$ на плоскость $2x - y - z = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $\pi : 4x + 2y - z + 6 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(0; 2)$, $B(-2; -9)$ и $C(4; 4)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 34.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра AB , а M делит ребро DD_1 в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(1; -1; -2)$, $\mathbf{b}(5; 3; -6)$, $\mathbf{c}(-2; -5; 1)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 3; -7)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-3; -2; -4)$, $\mathbf{b}(2; -7; 2)$, $\mathbf{c}(3; 2; 3)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(1; 0; 1)$, $B(2; 2; 4)$, $C(3; 3; 8)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань из вершины A . $A(-5; -6; 5)$, $B(-5; -7; -1)$, $C(-7; -4; 1)$, $D(-4; -6; 4)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2; 5; -5)$, $B(-3; 4; -9)$, $C(-4; 2; -10)$, и найти расстояние от точки $S(-1; -4; -7)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(4; 5; 8)$ параллельно прямым $\frac{x-4}{-1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z-5}{0}$ и $\frac{x-2}{-9} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+6}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(5; 1; 2)$, $B(9; 4; 1)$, $C(6; 2; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y - 9z + 11 = 0 \\ x + 2y - 8z + 6 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-16; 1; -12)$ на плоскость $-4x + 4y - 5z = 14$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-5}{2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+6}{-3}$ и плоскостью $\pi : 2x + 3y + z - 12 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-4; 0)$, $B(6; -30)$ и $C(-10; 2)$. Требуется:
 - (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 - (б) найти длину медианы BD ;
 - (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 - (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 - (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 - (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 - (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 35.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра CC_1 , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-4; -3; 1)$, $\mathbf{b}(-6; -1; 0)$, $\mathbf{c}(3; 6; -2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(2; 5; -2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 5\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b}$, где $\mathbf{a}(-1; -3; 1)$, $\mathbf{b}(-4; 2; 5)$, $\mathbf{c}(1; 6; -2)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(6; 6; 7)$, $B(8; 7; 10)$, $C(3; 2; 3)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $ABCDEFGH$, площадь грани $ABCD$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины E . $A(0; 0; -1)$, $B(4; 1; -1)$, $D(3; 4; -3)$, $E(5; -1; 0)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-9; 7; 1)$, $B(-8; 6; 2)$, $C(-15; 3; 4)$, $S(8; -1; -7)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(2; 0; 0)$ параллельно прямой $\frac{x-5}{-3} = \frac{y-1}{-9} = \frac{z+3}{2}$ и перпендикулярно плоскости $-2x - 5y + z + 5 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(9; 5; 3)$, $B(8; 3; 4)$, $C(11; 8; 2)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - 3y - 9z + 7 = 0 \\ x - y - 4z + 6 = 0 \end{cases}$$
12. Найти проекцию точки $M(30; -34; -22)$ на плоскость $7x - 8y - 4z - 183 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-5}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + y + 4z = -3$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; 1)$, $B(-1; -13)$ и $C(5; -3)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 36.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро $D_1 C_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -1; -1)$, $\mathbf{b}(-2; 1; 1)$, $\mathbf{c}(5; 2; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(0; 7; 9)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 6\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{a}$, где $\mathbf{a}(4; -3; -7)$, $\mathbf{b}(3; -2; -6)$, $\mathbf{c}(-2; 6; 13)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 4; 6)$, $B(7; 5; 7)$, $C(11; 6; 7)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 5$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQR и высоту, опущенную на эту грань из вершины S . $P(7; 7; 2)$, $Q(14; 2; -5)$, $R(11; 3; -1)$, $S(5; 8; 4)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(-4; 3; -4)$, $B(-5; 2; -6)$, $C(-2; 4; -7)$, $S(-4; -6; -5)$:
 а) составить уравнение плоскости ABC ,
 б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-3; 0; 9)$ параллельно прямой $\frac{x+2}{9} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+6}{0}$ и перпендикулярно плоскости $4x + y + z = 2$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 7; 5)$, $B(8; 11; 15)$, $C(6; 10; 12)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - y - z - 8 = 0 \\ 2x + 7y + z + 23 = 0 \end{cases}$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(7; 5; 5)$ относительно плоскости $-3x - y - 2z = -15$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+5}{3} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+5}{1}$ и плоскостью $\pi : 2x + y - 2z = -3$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 2)$, $B(12; -4)$ и $C(19; 18)$. Требуется:
 (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 37.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра DC , а M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении 3 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; -4; 3)$, $\mathbf{b}(-3; -1; 4)$, $\mathbf{c}(-3; -2; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(-7; -7; 2)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 6\mathbf{m} - 9\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -1; -3)$, $\mathbf{b}(-7; 9; 14)$, $\mathbf{c}(2; -3; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(8; 7; 6)$, $B(7; 6; 7)$, $C(6; 10; 2)$.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 2$, $|\mathbf{n}| = 1$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках P, Q, R, S , площадь грани PQS и высоту, опущенную на эту грань из вершины R . $P(-2; 4; 6)$, $Q(1; 3; 4)$, $R(2; 4; 3)$, $S(-10; 1; 15)$.
8. Задана пирамида $SABC$ координатами вершин $A(6; 3; 2)$, $B(8; -2; 9)$, $C(7; 1; 4)$, $S(-1; 1; 0)$:
а) составить уравнение плоскости ABC ,
б) найти расстояние от вершины S до плоскости ABC .
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-2; -8; 9)$ параллельно прямым $\frac{x+1}{-10} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{2}$ и $\frac{x+8}{-1} = \frac{y+8}{1} = \frac{z+7}{1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 5; 0)$, $B(2; 3; 0)$, $C(0; 8; -1)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 8y + z - 2 = 0 \\ -2x - 7y - z + 8 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-7; -15; 3)$ на плоскость $3x + 4y - 2z = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-5}{-2}$ и плоскостью $\pi : -x + 3y - 2z = 5$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; -1)$, $B(-10; -11)$ и $C(3; -17)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 38.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра BC , а M делит ребро $A_1 B_1$ в отношении 1 : 2.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(4; -5; -5)$, $\mathbf{b}(5; -2; -1)$, $\mathbf{c}(3; 2; 3)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(9; -7; -6)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(1; -2; 1)$, $\mathbf{b}(2; -3; 2)$, $\mathbf{c}(-7; 14; -8)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(2; 8; 2)$, $B(-1; 7; 5)$, $C(6; 9; 0)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 3$, $|\mathbf{n}| = 3$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$.
7. Вычислить объем параллелепипеда $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$, площадь грани $A_1 A_2 A_3 A_4$ и высоту, опущенную на эту грань из вершины B_1 . $A_1(8; 9; 0)$, $A_2(4; 8; 6)$, $A_4(7; 11; -1)$, $B_1(11; 8; -2)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-6; -1; 10)$, $B(-7; -8; 8)$, $C(-4; 7; 13)$, и найти расстояние от точки $S(-6; -1; -7)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(5; 4; 9)$ параллельно прямой $\frac{x-6}{2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-3}{1}$ и перпендикулярно плоскости $x - 3y + z + 6 = 0$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(1; 1; 7)$, $B(4; -1; 12)$, $C(6; -2; 15)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -3x + y - z - 13 = 0 \\ 2x - 2y + 3z + 8 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти координаты точки M_1 , симметричной точке $M(-17; -20; -19)$ относительно плоскости $-6x - 7y - 9z + 2 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x-8}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ и плоскостью $\pi : -x - 4y + 2z = -8$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(1; 4)$, $B(6; 19)$ и $C(13; 8)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
 (б) найти длину медианы BD ;
 (в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
 (г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
 (д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
 (е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
 (ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .

Вариант 39.

1. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $\overline{AB} = \mathbf{a}$, $\overline{AD} = \mathbf{b}$, $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$. Выразить через \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} вектор $\mathbf{q} = \overline{KM}$, где K – середина ребра $B_1 C_1$, а M делит ребро AB в отношении 2 : 3.
2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}(-5; 4; -1)$, $\mathbf{b}(5; -3; 3)$, $\mathbf{c}(6; -5; 2)$ образуют базис. Разложить вектор $\mathbf{d}(6; 1; 8)$ по этим векторам.
3. Найти косинус угла между векторами $\mathbf{a} = 6\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -5\mathbf{m} - \mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 1$, $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$.
4. Найти $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$, при $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ и $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$, где $\mathbf{a}(-6; -7; -3)$, $\mathbf{b}(20; 9; 9)$, $\mathbf{c}(-7; -5; -4)$.
5. Найти координаты единичного вектора \mathbf{n}_0 , перпендикулярного плоскости $\triangle ABC$, где $A(9; 3; 6)$, $B(16; 4; 5)$, $C(19; 4; 6)$.
6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$ и $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$ при $|\mathbf{m}| = 5$, $|\mathbf{n}| = 2$, $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A, B, C, D , площадь грани ABD и высоту, опущенную на эту грань из вершины C . $A(9; 5; 1)$, $B(10; 2; 8)$, $C(11; 6; -1)$, $D(5; 6; -1)$.
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2; 1; 5)$, $B(-11; 0; 5)$, $C(-12; -1; 4)$, и найти расстояние от точки $S(4; 2; 0)$ до этой плоскости.
9. Составить уравнение плоскости π , проходящей через точку $M(-6; -7; 3)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+3}{-3}$ и $\frac{x-5}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-1}$.
10. Составить уравнение прямой AB и найти расстояние от точки C до этой прямой, если $A(4; 8; 0)$, $B(7; 6; 4)$, $C(-3; 13; -9)$.
11. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой
$$\begin{cases} 2x + 7y + z - 3 = 0 \\ -3x - 9y - z + 3 = 0 \end{cases}.$$
12. Найти проекцию точки $M(-15; -17; 4)$ на плоскость $-7x - 5y - 2z - 26 = 0$.
13. Найти угол между прямой $l : \frac{x+2}{-2} = \frac{y-8}{3} = \frac{z-6}{3}$ и плоскостью $\pi : 2x - 2y - z + 14 = 0$.
14. На плоскости дан треугольник ABC с вершинами $A(-5; 2)$, $B(-11; -15)$ и $C(7; 10)$. Требуется: (а) написать общие уравнения прямых AB и AC ;
(б) найти длину медианы BD ;
(в) найти длину высоты, опущенной из вершины C ;
(г) написать общее уравнение серединного перпендикуляра к стороне AC ;
(д) написать общее уравнение биссектрисы угла BAC ;
(е) найти координаты точки E – пересечения прямых (г) и (д);
(ж) найти координаты точки F , симметричной точке B относительно прямой AC .